

1. Вычислить (не используя калькулятор): $\log_6^2 9 + \frac{\log_6 324}{\log_4 6}$

2. Числа α и β удовлетворяют равенствам

$$\alpha^3 - 3\alpha^2 + 5\alpha = 1 \text{ и } \beta^3 - 3\beta^2 + 5\beta = 5.$$

Найдите $\alpha + \beta$.

3. Решить уравнение: $\log_2 \left| x + \frac{1}{x} \right| = x^2 (3 - 2|x|)$.

4. Решите уравнение: $\frac{\sqrt{1 + \sin x}}{\cos x} = 1$.

5. В треугольнике сумма кубов двух сторон равна произведению суммы этих сторон на квадрат третьей стороны. Найти угол противолежащий третьей стороне.

6. При каких значениях p функция $y = \sqrt[3]{8 - px - 8x^2}$ имеет максимум в точке $x_0 = 1.75$?

7. Бригада рыбаков планировала выловить в определённый срок 3800 ц рыбы, вылавливая ежедневно одно и то же количество центнеров рыбы. В течение $\frac{2}{3}$ этого срока был шторм, вследствие чего ежедневное задание недовыполнялось на 20 ц. Однако в остальные дни, кроме последнего, бригаде удавалось вылавливать на 20 ц больше дневной нормы. В последний день рыбаки не вышли в море из-за сильного шторма. Какое максимальное количество центнеров рыбы могла выловить бригада за установленный срок при таких погодных условиях?

8. Плоскость α касается шара радиуса 3. Конус, вершина которого лежит в плоскости α , касается шара так, что его ось перпендикулярна плоскости α . Прямая, соединяющая центр шара и центр основания конуса, проходит через точку касания шара и конуса. Найдите высоту конуса, если расстояние между его вершиной и точкой касания шара и плоскости равно 4.