

1. Найти значение выражения: $\sqrt{7+4\sqrt{3}} + \sqrt{12-6\sqrt{3}}$.

2. Доказать, что не существует двух натуральных чисел таких, что их сумма равна 201, а произведение делится на 201.

3. Найдите наибольший отрицательный корень уравнения:

$$\sin 3x \cdot \cos 5x - \cos 3x \cdot \sin 5x = 0.5$$

4. На столе лежат 2009 монет. Двое играют в игру: ходят по очереди; за ход первый игрок может взять со стола любое нечётное число монет от 1 до 99, второй – любое чётное число монет от 2 до 100. Проигрывает тот, кто не сможет сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре и как надо играть?

5. Пять отрезков таковы, что из любых трёх можно составить треугольник. Доказать, что хотя бы один из этих треугольников остроугольный.

6. Определить, при каких a система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2(1+a) \\ (x+y)^2 = 14 \end{cases}$$

имеет в точности два решения.

7. Ученику прислали задание, состоящее из 20 задач. За каждую верно решённую задачу ему ставят 8 баллов, за каждую неверно решённую – минус 5 баллов, за задачу, которую он не брался решать – 0 баллов. Ученик получил в сумме 13 баллов. Сколько задач он брался решать?

8. В треугольник вписана окружность радиуса r . Касательные к этой окружности, параллельные сторонам треугольника, отсекают от него три маленьких треугольника. Пусть r_1, r_2, r_3 – радиусы вписанных в эти треугольники окружностей. Докажите, что

$$r_1 + r_2 + r_3 = r$$