Волгоградская олимпиада школьников «Политехник»
Решения задач
10 класс

Задача № 1.

Для увеличения частоты колебаний математического маятника можно:

1) увеличить его длину
2) увеличить его массу
3) уменьшить его длину
4) уменьшить его массу

Решение.

Период колебаний математического маятника: $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$,

частота: $\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}$. Частота увеличивается при уменьшении длины.

Задача № 2.

Как изменяется плотность воздуха в кабине космического корабля в состоянии невесомости?

1) возрастает
2) уменьшается
3) не изменяется
4) равна нулю

Решение.

По определению плотность $\rho = \frac{m}{V}$. Масса и объем воздуха не меняются, поэтому плотность тоже не меняется.

Задача № 3.

Точка ***A*** двигалась по окружности $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 20$ против часовой стрелки. Потом сорвалась с неё и при дальнейшем свободном движении пересекла ось ординат в точке ***B*** (0; 9). Определить координаты точки (x; y) окружности, с которой сорвалась точка ***A***. В ответе укажите значение $3x + 5y$.

Решение.

Так как точка продолжила свое движение по касательной, будем искать уравнение касательной в виде $y = kx + b$. Поскольку точка A (0; 9) лежит на этой прямой, то уравнение принимает вид $y = kx + 9$. Требуя единственность решения системы из уравнений прямой и окружности, приходим к условию $19k^2 + 16k - 44 = 0$, откуда $k = -2$ или $k = \frac{22}{19}$. Движению против часовой стрелки отвечает значение $k = -2$.

В результате уравнение прямой принимает вид $y = -2x + 9$, координаты точки, с которой сорвалась точка, будут: $x = 3$, $y = 3$.
Итак, $3x + 5y = 24$.

Ответ: 24

Задача № 4.

Реактивный самолет, пролетая со скоростью 900 км/ч путь 1800 км, затрачивает 4 т топлива. Мощность двигателя 5900 кВт, к.п.д. η = 23 %. Найти удельную теплоту сгорания топлива (в МДж/кг).

Решение.

По определению к.п.д.: $\eta = \dfrac{A_{\text{пол}}}{Q} = \dfrac{N \cdot t}{q \cdot m} = \dfrac{N \cdot S}{q \cdot m \cdot \upsilon}$,

где Q – теплота, выделяющаяся при сгорании топлива; $A_{\text{пол}}$ – полезная работа;

$t = \dfrac{S}{\upsilon}$ – время полета самолета; m – масса топлива; N – мощность двигателя;

q – удельная теплота сгорания топлива.

Тогда: $q = \dfrac{N \cdot S}{\eta \cdot m \cdot \upsilon} = \dfrac{5{,}9 \cdot 10^6 \cdot 1{,}8 \cdot 10^6}{0{,}23 \cdot 4 \cdot 10^3 \cdot 250} \approx 46\ \dfrac{\text{МДж}}{\text{кг}}$

Ответ: 46

Задача № 5.

В двух сосудах имеется вода разной температуры. Из этой воды составляют смеси. Если отношение объемов воды, взятой из первого и второго сосудов, равно 1:3, то температура смеси будет 49 °С, а если 2:5, то температура смеси будет 48 °С. Найти температуру воды в каждом сосуде (считать, что плотность и удельная теплоемкость воды не зависят от температуры). В ответе укажите сумму этих температур.

Решение.

Пусть x – температура воды в сосуде № 1, y – температура воды в сосуде № 2,
v_1 и v_2, а также V_1 и V_2 – объемы воды, взятые из сосудов при первой и второй операциях соответственно.
Уравнения теплового баланса приводят к системе:

$$\begin{cases} (v_1 + v_2) \cdot 49 = v_1 x + v_2 y \\ (V_1 + V_2) \cdot 48 = V_1 x + V_2 y \end{cases}$$

Так как $v_2 = 3v_1$, $2V_2 = 5V_1$, то получаем:

$$\begin{cases} x + 3y = 196 \\ 2x + 5y = 336 \end{cases},$$

откуда $x = 28$ °C, $y = 56$ °C.
Итак, сумма температур $x + y = 84$ °C.

Ответ: 84

Задача № 6.

На очень легкую чашу пружинных весов с коэффициентом упругости пружины 1000 Н/м с высоты 30 см падает пакет гречки весом 2 кг. Определить (в см) наибольшее отклонение чаши от начального положения. Ускорение свободного падения 10 м/с^2.

Решение.

Запишем закон сохранения механической энергии: $mg(h+x) = \dfrac{kx^2}{2}$.

Решим квадратное уравнение $x^2 - 2\dfrac{mg}{k}x - 2\dfrac{mg}{k}h = 0$.

$$x_{\text{макс}} = \frac{mg}{k} + \sqrt{\left(\frac{mg}{k}\right)^2 + 2\frac{mgh}{k}} = 13\,\text{см}$$

Ответ: 13

Задача № 7.

Под каким минимальным углом (в градусах) к горизонту может стоять школьная линейка, прислоненная к гладкой вертикальной стене? Коэффициент трения между линейкой и полом равен 0,5.

Решение.

Запишем первое условие равновесия относительно вертикальной оси Ox:

$$mg - N = 0.$$

Отсюда следует, что $N = mg$,

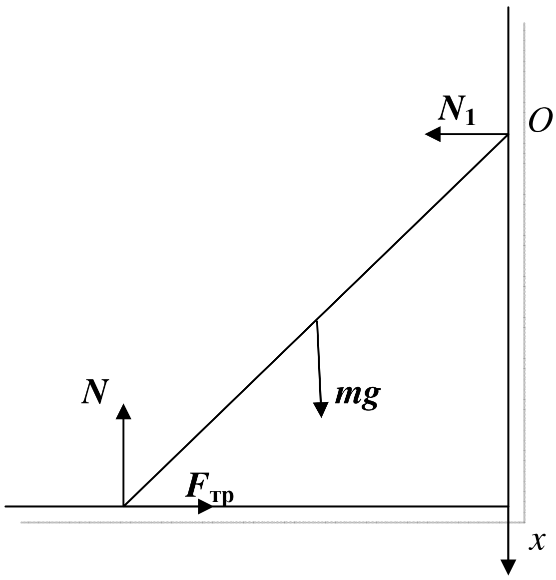
$F_{\text{тр. max}} = \mu mg$.

Запишем второе условие равновесия относительно оси, проходящей через точку O перпендикулярно плоскости рисунка:

$$mg\frac{l}{2}\cos\alpha + F_{\text{тр, max}}\,l\sin\alpha = Nl\cos\alpha$$

или $\quad \dfrac{\cos\alpha}{2} + \mu\sin\alpha = \cos\alpha, \qquad \operatorname{tg}\alpha = \dfrac{1}{2\mu} = 1,$

$\alpha = 45°$.



Ответ: 45