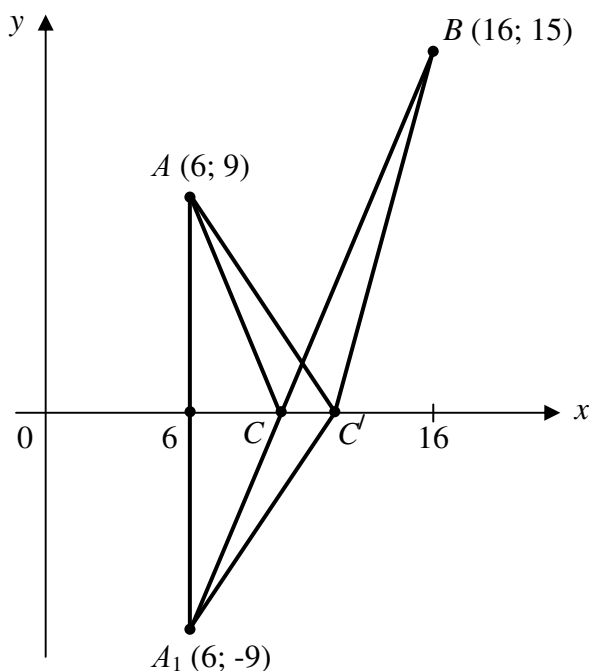


1. На плане местности поселки A и B имеют координаты $(6; 9)$ и $(16; 15)$ соответственно (размеры в км). Магистральный газопровод в той же декартовой системе координат занимает положение оси абсцисс. Для газификации поселков на магистральном газопроводе требуется построить распределительную станцию, которая будет подавать газ. Определите наименьшую суммарную длину газопровода, необходимую для поставки газа в поселки. Укажите также координаты точки, в которой следует построить распределительную станцию.

Решение

Искомая длина равна расстоянию между точкой $A_1(6; -9)$, симметричной точке $A(6; 9)$ относительно оси абсцисс, и точкой $B(16; 15)$.



Используя формулу для расстояния между двумя точками, получим:

$$d = \sqrt{(16 - 6)^2 + (15 + 9)^2} = 26.$$

Составив уравнение прямой, проходящей через точки $A_1(6; -9)$ и $B(16; 15)$, и положив в этом уравнении $y = 0$, найдем, что распределительную станцию следует расположить в точке $C(9,75; 0)$. Очевидно, что при любом другом расположении точки C' на оси абсцисс, имеем: $AC' + C'B = A_1C' + C'B > A_1B$.

Ответ: 26; $(9,75; 0)$.

2. В колбе имеется раствор поваренной соли. Из колбы в пробирку отливают $\frac{1}{n}$ -ю часть раствора и выпаривают до тех пор, пока процентное содержание соли в пробирке не повысится вдвое. После этого выпаренный раствор выливают обратно в колбу. В результате содержание соли в колбе повышается на p процентов. Определите исходное процентное содержание соли.

Решение

Пусть x – количество раствора в колбе, y – процентное содержание соли в растворе.

Тогда $\frac{x}{100} \cdot y$ – количество соли в колбе.

В пробирку отливают раствор в количестве $\frac{x}{n}$. При выпаривании количество соли в пробирке остается неизменным, а количество раствора уменьшится вдвое. Поэтому после переливания раствора обратно в колбу в ней будет то же количество соли, что и раньше, но

количество раствора уменьшится на $\frac{x}{2n}$. В результате получаем уравнение $\frac{x \cdot \frac{y}{100}}{x - \frac{x}{2n}} = \frac{y + p}{100}$,

откуда находим: $y = (2n - 1) \cdot p$.

Ответ: $(2n - 1) \cdot p$.

3. Лед массой 1 кг, взятый при температуре 0°C положили в кастрюлю, которую затем поставили на электроплитку сопротивлением 64 Ом, подключенную к сети 220 В. Какой температуры будет вода в кастрюле через 14 минут после включения электроплитки? Удельная теплоемкость воды $4,2 \text{ кДж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$, удельная теплота плавления льда $330 \text{ кДж}/\text{кг}$. Потери тепла в окружающую среду пренебречь. Теплоемкость кастрюли очень мала.

Решение

Мощность электроплитки расходуется только на плавление льда и плавление воды, поэтому:

$$\frac{U^2}{R} \tau = \lambda m + cm \Delta t, \quad \frac{U^2}{R} \tau = \lambda m + cm(t - t_0) = \lambda m + cmt.$$

$$\text{Отсюда: } t = \frac{U^2}{cmR} \tau - \frac{\lambda}{c} = 73^\circ\text{C}.$$

Ответ: 73°C .

4. Сосуд с водой стоит на весах. Весы показывают массу $m_0 = 2 \text{ кг}$. В сосуд с водой поместили тело, весы стали показывать $m_1 = 3 \text{ кг}$. Тело приподняли над дном так, что погруженной в воду оказалась половина объема тела. Весы стали показывать $m_2 = 2,25 \text{ кг}$. Какова плотность тела ρ ? Плотность воды $1000 \text{ кг}/\text{м}^3$.

Решение

Масса тела $m = m_1 - m_0$.

Объем тела найдем из условия равновесия: $m_2 g = m_0 g + \rho_0 g \frac{V}{2}$, $V = \frac{2(m_2 - m_0)}{\rho_0}$.

$$\text{Плотность тела } \rho = \frac{m}{V} = \frac{m_1 - m_0}{2(m_2 - m_0)} \rho_0 = 2000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

Ответ: $2000 \text{ кг}/\text{м}^3$.

5. Ученик проводил следующий опыт: он приложил к бруску, стоящему на горизонтальной поверхности горизонтальную силу, равную весу бруска. Под действием этой силы брусок прошел расстояние S за 4 секунды. В следующем опыте он уменьшил приложенную силу в два раза, при этом то же самое расстояние брусок прошел за вдвое большее время. Каков коэффициент трения бруска об горизонтальную поверхность?

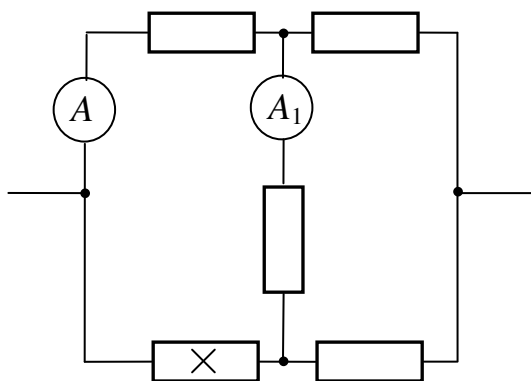
Решение

По второму закону Ньютона $mg - \mu mg = ma_1 = m \frac{2S}{t^2}$ и $\frac{mg}{2} - \mu mg = ma_2 = m \frac{2S}{4t^2}$.

Тогда: $1 - \mu = \frac{2S}{gt^2} = 2 - 4\mu$ или $\mu = 0,33$.

Ответ: 0,33.

6. В электрической цепи (смотрите рисунок) сила тока, текущего через амперметр A , равна I_0 . Сопротивление всех пяти резисторов одинаково и равно R . Насколько изменится сила тока, текущего через амперметр A_1 , если резистор, помеченный крестиком, сгорит. Цепь подключена к источнику постоянного напряжения. Амперметры идеальные.



Решение

В начальный момент времени ток через амперметр A_1 равен нулю. Найдем, ток, текущий через амперметр A , после того как сопротивление перегорит.

$$U = I_0 \cdot 2R = I_2 \cdot \left(R + \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{2R}} \right) = I_2 \cdot \frac{5R}{3}.$$

Отсюда $I_2 = \frac{6}{5} I_0$.

Через амперметр A_1 течет $1/3$ часть тока I_2 , поэтому ток $I_1 = \frac{2}{5} I_0$

Ответ: $I_1 = \frac{2}{5} I_0$