11 класс

Часть А

А1. Какова температура газа в объеме 15 литров под давлением $0{,}5\cdot10^6$ Па, если он содержит $1{,}8\cdot10^{24}$ молекул.

1) 300 2) 250 3) 400 4) 350

Решение:

$$p = n\cdot K\cdot T = \frac{N}{V}\cdot K\cdot T\,; \quad T = \frac{P\cdot V}{N\cdot K} = \frac{0{,}5\cdot10^6\cdot15\cdot10^{-3}}{1{,}8\cdot10^{24}\cdot1{,}38\cdot10^{-23}} \cong 300\,K\,.$$

Ответ: 300 К

А2. Во сколько раз максимальный возможный КПД двигателя внутреннего сгорания больше максимального возможного КПД паровой машины, работающей на перегретом паре при температуре 300°С, если температура в цилиндре 1000°С. Отработанный пар и газ имеют температуру 100°С.

1) в 2 раза 2) в 1,05 раза 3) в 3 раза 4) в 1,5 раза

Решение:

Для двигателя КПД $\eta_1 = \dfrac{T_1 - T_2}{T_1}$; для паровой машины $\eta_2 = \dfrac{T_1' - T_2}{T_1'}$;

$$\frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}\cdot\frac{T_1'}{T_1' - T_2} \cong 2\,.$$

Ответ: в 2 раза

Часть В

В1. Источник тока с ЭДС 15 В и внутренним сопротивлением 5 Ом замкнут на резистор с сопротивлением 10 Ом. К зажимам источника подключили конденсатор емкостью 1 мкФ. Найти заряд на конденсаторе.

Решение:

$$q = c\cdot u\,; \qquad u = I\cdot R = \frac{\varepsilon\cdot R}{R + r}\,; \qquad q = c\frac{\varepsilon\cdot R}{R + r} = \frac{10^{-6}\cdot15\cdot10}{15} = 10\cdot10^{-6}\,Кул = 10\,мкКл\,.$$

Ответ: 10 мкКл

В2. Электрон движется в направлении однородного электрического поля напряженностью 120 В/м. Какое расстояние электрон пролетит до полной потери скорости, если его начальная скорость υ_0 = 1000 км/ч? За какое время будет пройдено это расстояние? $e = 1{,}6\cdot10^{-19}\,Кл$, $m_e = 9{,}1\cdot10^{-31}\,кг$.

Решение:

Уравнение движения $e\cdot E = m_e\cdot a$. Ускорение $a = \dfrac{e\cdot E}{m}$, пройденный путь $S = \dfrac{\upsilon_0^2}{2a} = \dfrac{\upsilon^2\cdot m_e}{2e\cdot E} = 2{,}4\cdot10^{-2}\ м$. Время $t = \dfrac{\upsilon_0}{a} = \dfrac{\upsilon_0\cdot m_e}{e\cdot E} = 47\cdot10^{-9}\ с$.

Ответ: $47\cdot10^{-9}$ с

В3. На предприятии имеется несколько автомобилей равной грузоподъемности. Для перевозки груза каждый автомобиль сделал одно и то же число рейсов, а затем 7 машин сделали еще по 12 рейсов каждая. Если бы каждая машина сделала бы на 6 рейсов больше, то для перевозки в 2 раза меньшего груза потребовалось бы на 7 машин меньше. Сколько автомобилей было на предприятии?

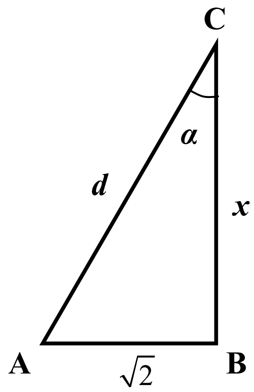
Решение:

Обозначим через $\boldsymbol{x}$ – количество автомобилей, а через $\boldsymbol{y}$ – число рейсов, необходимое для перевозки той части груза, о котором говорится в первом условии задачи. В результате получим уравнение $x \cdot y + 7 \cdot 12 = 2 \cdot (y+6) \cdot (x-7)$, то есть $(x-14) \cdot (y+12) = 0$, откуда следует $\boldsymbol{x} = 14$.

Ответ: 14

В4. Известно, что освещенность предмета обратно пропорциональна квадрату расстояния от источника света и прямо пропорциональна косинусу угла падения луча на освещаемый предмет. Определите, на какой высоте над центром круглого стола радиуса $\sqrt{2}$ следует повесить лампу, чтобы край стола имел наибольшую освещенностью.

Решение:



Пусть $\boldsymbol{x=BC}$ – высота, на которой следует повесить лампу, $\boldsymbol{\alpha}$ – угол падения луча на освещаемый предмет, $\boldsymbol{\kappa}$ – коэффициент пропорциональности. Тогда освещенность предмета ***S(x)*** будет определяться формулой

$S(x) = \dfrac{\kappa \cdot \cos\alpha}{AC^2}$, где $d = AC = \sqrt{x^2+2}$, $\cos\alpha = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+2}}$.

В результате освещенность предмета в точке А принимает вид

$$S(x) = \frac{\kappa \cdot x}{\left(x^2+2\right)^{1,5}}$$

Исследуя эту функцию с помощью производной, имеем

$$S'(x) = \frac{2 \cdot \kappa \cdot \left(1-x^2\right)}{\left(x^2+2\right)^{2,5}}; \quad S'(x) = 0; \quad 1 - x^2 = 0.$$

Так как $x > 0$, то имеем $x = 1$. Анализ смены знака $S'(x)$ в промежутках (0; 1) и (1; +∞) показывает, что x=1 - точка максимума.

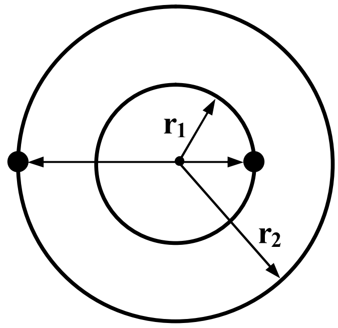
Итак, лампу следует повесить на высоте 1 над центром круглого стола.

Ответ: 1

B5. Две звезды вращаются вокруг общего центра масс со скоростями υ_1 и υ_2 соответственно, с одним и тем же периодом T. Найти массы звезд и расстояния между ними.

Решение:

Звезды вращаются по окружностям радиуса r_1 и r_2 относительно центра масс. Расстояние между звездами $(r_1 + r_2)$. Уравнения движения (1) и (2) имеют вид



$$\frac{m_1 \cdot \upsilon_1^2}{r_1} = \gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{(r_1 + r_2)^2} \qquad (1)$$

$$\frac{m_2 \cdot \upsilon_2^2}{r_2} = \gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{(r_1 + r_2)^2} \qquad (2)$$

$$r_1 = \frac{T}{2\pi}\upsilon_1; \quad r_2 = \frac{T}{2\pi}\upsilon_2; \quad r_1 + r_2 = \frac{T}{2\pi}(\upsilon_1 + \upsilon_2)$$

Из уравнений (1) и (2) имеем $m_1 = \frac{T \cdot \upsilon_2}{2\pi \cdot \gamma}(\upsilon_1 + \upsilon_2)^2$; $m_2 = \frac{T \cdot \upsilon_1}{2\pi \cdot \gamma}(\upsilon_1 + \upsilon_2)^2$.

Ответ: $r_1 + r_2 = \frac{T}{2\pi}(\upsilon_1 + \upsilon_2)$; $m_1 = \frac{T \cdot \upsilon_2}{2\pi \cdot \gamma}(\upsilon_1 + \upsilon_2)^2$; $m_2 = \frac{T \cdot \upsilon_1}{2\pi \cdot \gamma}(\upsilon_1 + \upsilon_2)^2$