

1. Сколько литров воды нужно взять, чтобы из 200 граммов соли приготовить 5% - ный раствор? (Масса 1 литра воды равна 1 кг)

- 1) 6,2 2) 4,8 3) 3,2 4) 3,8

Решение:

Пусть нужно взять x кг воды. Тогда получим $(x + 0,2)$ кг раствора.

$$\begin{array}{l} x + 0,2 \text{ ----- } 100\% \\ 0,2 \text{ ----- } 5\% \end{array}$$

Отсюда $(x + 0,2)5 = 20$.

Следовательно, $x = 3,8$

Ответ: 4)

2. Упростить выражение: $\left(\left(\frac{b^2 - 2b + 2}{b^4 + 4} \right)^{-1} - 1 \right) (b+1)^{-1}$

- 1) $b-1$ 2) $b+2$ 3) $b+1$ 4) 1

Решение:

$$\left(\frac{b^4 + 4}{b^2 - 2b + 2} - 1 \right) \cdot \frac{1}{b+1} = \frac{b^4 + 4 - b^2 + 2b - 2}{(b^2 - 2b + 2)(b+1)} = \frac{b^4 + 2b - b^2 + 2}{(b^2 - 2b + 2)(b+1)} =$$

Имеем:

$$= \frac{b^2 \cdot (b-1) + 2}{b^2 - 2b + 2} = \frac{b^3 - b^2 + 2}{b^2 - 2b + 2} = b+1$$

Ответ: 3)

3. Решить систему уравнений, а в ответе написать значение $x + y$.

$$\begin{cases} \frac{4}{x-y} + \frac{12}{x+y} = 3 \\ \frac{8}{x-y} - \frac{18}{x+y} = -1 \end{cases}$$

- 1) 6 2) 5 3) 4 4) 3

Решение:

Обозначим: $a = \frac{1}{x-y}$, $b = \frac{1}{x+y}$, $x \neq \pm y$.

Тогда $\begin{cases} 4a + 12b = 3 \\ 8a - 18b = -1 \end{cases}$. Отсюда $a = \frac{1}{4}$, $b = \frac{1}{6}$.

$$\text{Имеем: } \begin{cases} \frac{1}{x-y} = \frac{1}{4} \\ \frac{1}{x+y} = \frac{1}{6} \end{cases} \quad \begin{cases} x-y=4 \\ x+y=6 \end{cases}$$

Ответ: 1)

4. Сумма кубов двух положительных чисел равна 1547. Найдите эти числа, если их сумма равна 17. В ответе укажите произведение этих чисел.

1) 72 2) 70 3) 60 4) 66

Решение:

Пусть x и y – искомые числа.

$$\text{Тогда } \begin{cases} x+y=17 \\ x^3+y^3=1547 \end{cases} \quad \begin{cases} x+y=17 \\ 17(x^2-xy+y^2)=1547 \end{cases} \quad \begin{cases} y=17-x \\ x^2-17x+66=0 \end{cases}$$

$$x_1=6, x_2=11; y_1=11, y_2=6$$

Ответ: 4)

5. Найдите произведение целых решений системы неравенств:

$$\begin{cases} 5(1-2x) < 2x-4 \\ 2,5 + \frac{x}{2} \geq x \end{cases}$$

1) 120 2) 90 3) 60 4) 20

Решение:

$$\begin{cases} 5-10x < 2x-4 \\ 5+x \geq 2x \end{cases} \quad \begin{cases} x > \frac{9}{12} \\ x \leq 5 \end{cases} \quad \text{Целые решения: } 1, 2, 3, 4, 5$$

Ответ: 1)

6. Один из корней уравнения $x^2+11x+q=0$ равен -7 . Найдите другой корень и свободный член. В ответе укажите произведение найденного корня и свободного члена.

1) 12 2) -56 3) -112 4) 110

Решение:

$$(-7)^2 - 77 + q = 0, \quad q = 28. \quad x_1 + x_2 = -11, \quad -7 + x_2 = -11, \quad x_2 = -4, \quad x_2 \cdot q = -112$$

Ответ: 3)

7. Автобус первую половину пути из города *A* в город *B* прошёл со скоростью 40 км/ч, а вторую половину пути – со скоростью 20 км/ч. Из города *B* в город *A* автобус шёл со скоростью 40 км/ч. Найдите среднюю скорость автобуса на всём пути.

Решение:

x – расстояние между городами (км);

$\frac{x}{2 \cdot 40}$ – время, затраченное автобусом на первую половину пути **AB**;

$\frac{x}{2 \cdot 20}$ – время, затраченное автобусом на вторую половину пути **AB**;

$\frac{x}{40}$ – время, затраченное на путь **BA**;

$\frac{x}{80} + \frac{x}{40} + \frac{x}{40} = \frac{5x}{80}$ – время, затраченное автобусом на путь **AB** и обратно;

$\frac{2x}{\frac{5x}{80}} = \frac{160}{5} = 32 \left(\frac{\text{км}}{\text{ч}} \right)$ – средняя скорость.

Ответ: 32

8. Найдите площадь треугольника *ABC*, если *AC* = 20, *BC* = $2\sqrt{97}$, а медиана *BM* равна 12.

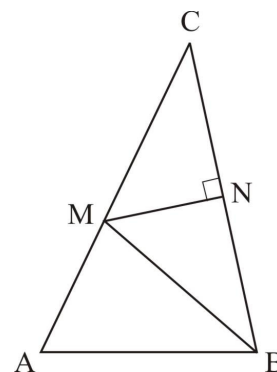
Решение:

Пусть $MN \perp BC$ и $MN = x$.

$$\sqrt{BM^2 - x^2} + \sqrt{MC^2 - x^2} = 2\sqrt{97}, \quad \sqrt{144 - x^2} + \sqrt{100 - x^2} = 2\sqrt{97}.$$

Отсюда $x = \frac{48}{\sqrt{97}}$.

$$\text{Далее } S_{ABC} = 2 \cdot S_{BMC} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{97} \cdot \frac{48}{\sqrt{97}} = 96.$$



Ответ: 96.