1. Упростить выражение: $\sqrt[3]{12+4\sqrt{5}}\cdot\sqrt[3]{12-4\sqrt{5}}$

1) 6 2) 5 3) 4 4) 8

Решение:

Имеем: $\sqrt[3]{\left(12+4\sqrt{5}\right)\left(12-\sqrt{5}\right)}=\sqrt[3]{144-80}=\sqrt[3]{64}=4$.

Ответ: 3)

2. Разложить на множители: $x^2+10xy-70y-49$

1) $(x+7)(x-7-10y)$ 2) $(x+7)(x-7+10y)$
3) $(x-7)(x+7+10y)$ 4) $(x-7)(x+7-10y)$

Решение:

$$\left(x^2-49\right)+(10xy-70y)=(x-7)(x+7)+10y(x-7)=(x-7)(x+7+10y).$$

Ответ: 3)

3. Решить уравнение: $\sin 5x=\cos 2x$.

1) $\frac{\pi}{7}+4\pi n, n\in Z$; 2) $\frac{\pi}{14}-\frac{2}{7}\pi n; \frac{\pi}{6}-\frac{2}{3}\pi n, n\in Z$;
3) $\frac{\pi}{14}-\frac{\pi}{7}n; \frac{\pi}{6}-\frac{\pi}{3}n, n\in Z$; 4) $\frac{\pi}{6}+2\pi n, n\in Z$.

Решение:

Так как $\sin 5x=\cos\left(\frac{\pi}{2}-5x\right)$, то уравнение перепишется в виде: $\cos\left(\frac{\pi}{2}-5x\right)=\cos 2x$.

Отсюда следует, что $\frac{\pi}{2}-5x=\pm 2x+2\pi n,\ n\in Z$.

$$\frac{\pi}{2}-5x=2x+2\pi n,\ x=\frac{\pi}{14}-\frac{2}{7}\pi n,\ n\in Z$$
$$\frac{\pi}{2}-5x=-2x+2\pi n,\ x=\frac{\pi}{6}-\frac{2}{3}\pi n,\ n\in Z$$

Ответ: 2)

4. Найдите $\cos\alpha$, если $\sin\alpha = \frac{4}{5}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

$$1)-\frac{4}{5} \quad 2)-\frac{3}{5} \quad 3)\frac{3}{5} \quad 4)\frac{4}{5}$$

Решение:

$$\cos\alpha = -\sqrt{1-\sin^2\alpha} = -\sqrt{1-\frac{16}{5}} = -\frac{3}{5}.$$

Ответ: 2)

5. Решить неравенство: $(x^2-4)\cdot\sqrt{x+3} > 0$.

$$1)(-\infty;-2)\cup(2;+\infty) \quad 2)(-3;-2)\cup(2;+\infty) \quad 3)(-1;1) \quad 4)(-2;2)$$

Решение:

$$\begin{cases} x+3>0 \\ x^2-4>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-3 \\ x\in(-\infty;-2)\cup(2;+\infty) \end{cases} \Leftrightarrow x\in(-3;-2)\cup(2;+\infty).$$

Ответ: 2)

6. Найти множество значений k, при которых $(k+3)x^2+5x+\frac{5}{8}k>0$ при любом значении x.

$$1)(-\infty;2] \quad 2)(-2;2) \quad 3)(2;+\infty) \quad 4)[-2;+\infty)$$

Решение:

Левая часть неравенства является квадратичным трёхчленом, графиком которого является парабола. Искомое множество значений k найдём из системы неравенств:

$$\begin{cases} k+3>0 \ (\textit{ветви параболы направлены вверх}) \\ 25-4(k+3)\cdot\frac{5}{8}k<0 \ (\textit{дискриминант отрицательный}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} k>-3 \\ k\in(-\infty;-5)\cup(2;+\infty) \end{cases} \quad k\in(2;+\infty)$$

Ответ: 3)

7. Число единиц двузначного числа на два больше, чем число его десятков. Произведение этого двузначного числа на сумму его цифр равно 144. Найти двузначное число.

Решение:

x – число в разряде единиц двузначного числа;

$x-2$ – число десятков числа;

$(x-2)\cdot 10+x$ – единиц содержит искомое число;

$x-2+x=2(x-1)$ – сумма цифр искомого числа.

Составим уравнение: $\left((x-2)\cdot 10+x\right)\cdot 2(x-1)=144,\ 11x^2-31x-52=0,\ x=4$,

$\left(x=-\dfrac{13}{11}-\textit{не подходит по смыслу задачи}\right)$

Ответ: 24

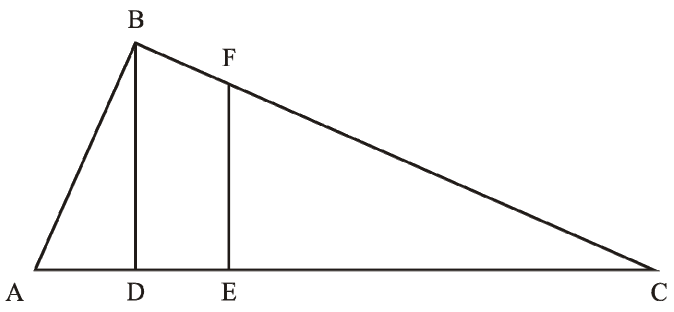
8. В треугольнике ABC высота BD = 4см. Точка D делит основание AC на отрезки AD и DC, длины которых относятся как 1:8. Прямая EF, параллельная высоте BD, делит треугольник ABC на равновеликие части. Найти длину EF.

Решение:

$$S_{ABD}=\frac{1}{2}AD\cdot BD,\quad S_{BDC}=\frac{1}{2}DC\cdot BD,$$

$$\frac{S_{ABD}}{S_{BDC}}=\frac{AD}{DC}=\frac{1}{8},\quad S_{ABC}=S_{ABD}+S_{BDC},$$

$$S_{ABD}=\frac{1}{9}S_{ABC}\ ,\quad S_{BDC}=\frac{8}{9}S_{ABC}.$$



Треугольник BDC подобен треугольнику EFC. Площади подобных треугольников относятся как квадраты сходственных сторон. Поэтому:

$$\frac{S_{ВДС}}{S_{EFC}}=\frac{BD^2}{EF^2},\quad EF^2=\frac{\frac{1}{2}S_{ABC}}{\frac{8}{9}S_{ABC}}\cdot 16=9,\quad EF=3.$$

Ответ: 3