1. Какому из указанных интервалов принадлежит корень уравнения:

$$\sqrt{x-4}+\sqrt{x+24}=14$$

$$1)(-15;2)\quad 2)(4;18)\quad 3)(21;45)\quad 4)(70;95)$$

Решение:

$x-4+x+24+2\sqrt{(x-4)(x+24)}=196;$

$\sqrt{x^2+20x-96}=88-x;\ x^2+20x-96=7744-176x+x^2;$

$196x=7840;$

$x=40.$

Проверка: $\sqrt{40-4}+\sqrt{40+24}=14;\ 6+8=14;\ 14=14$ – **верно**.

Ответ: 3)

2. Из заданных геометрических прогрессий выберите ту, среди членов которой есть число 9.

$$1)\,a_n=-3^n\quad 2)\,a_n=3\cdot 2^{n-1}\quad 3)\,a_n=3^n\quad 4)\,a_n=2\cdot 3^{n-1}$$

Решение:

В геометрической прогрессии $a_n=3^n$ при $n=2$ получим $a_2=9$.

Ответ: 3)

3. Вычислить: $$\frac{\left(-\frac{1}{3}\right)^{-2}+\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}-\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}}{\left(-\frac{1}{2}\right)^{-4}-\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}+\left(\frac{1}{8}\right)^{-1}}$$

1) 8 2) 4 3) 6 4) 2

Решение:

$$\frac{3^2+3^3-2^2}{2^4-4^2+8}=\frac{9+27-4}{16-16+8}=\frac{32}{8}=4$$

Ответ: 2)

4. Решить систему уравнений. В ответе указать сумму x + y.

$$\begin{cases} 7x+9y=8 \\ 9x-8y=69 \end{cases}$$

1) 7 2) 3 3) 5 4) 2

Решение:

Умножим первое уравнение на 8, а второе на 9.

Получим систему уравнений: $\begin{cases} 56x+72y=64 \\ 81x-72y=621 \end{cases}$

Складывая равенства, получим: 137x = 685, x = 5, y = -3, x+y = 2.

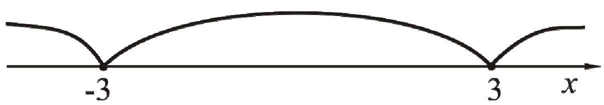
Ответ: 4)

5. Решить неравенство: $\sqrt{x^2-6x+9}+\sqrt{x^2+6x+9}<8$

$1)(-\infty;-4]\quad 2)[4;+\infty)\quad 3)(-3;3)\quad 4)(-4;4)$

Решение:

$$|x-3|+|x+3|<8$$



$1)\begin{cases} x<-3 \\ 3-x-x-3<8 \end{cases} \Leftrightarrow -4<x<-3$

$2)\begin{cases} -3\le x\le 3 \\ 3-x+x+3<8 \end{cases} \Leftrightarrow -3\le x\le 3$

$3)\begin{cases} x>3 \\ x-3+x+3<8 \end{cases} \Leftrightarrow 3<x<4$

Объединяя полученные результаты, запишем множество решений данного

неравенства: $x\in(-4;4)$.

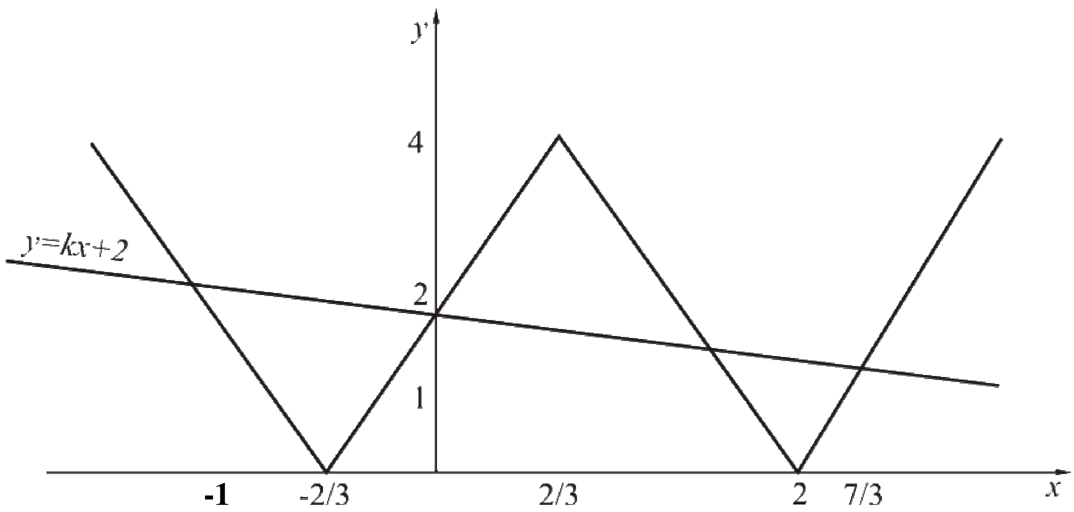
Ответ: 4)

6. Найдите все значения параметра k, при которых прямая $y = kx + 2$ имеет не менее трёх различных общих точек с графиком функции $y = \left| |3x - 2| - 4 \right|$.

$$1)(-12;-3) \quad 2)[3;12] \quad 3)[-1;3] \quad 4)(-\infty;-10)$$

Решение:

Построим график функции $y = \left| |3x - 2| - 4 \right|$



Прямая $y = kx + 2$ проходит через точку $(0;2)$ при любом значении параметра k.

При $k = 3$ прямая $y = kx + 2$ имеет бесконечное множество общих точек с графиком данной функции.

При $k > 3$ прямая $y = kx + 2$ имеет единственную общую точку с графиком данной функции. Значит $k \le 3$.

При $k = -1$ прямая $y = kx + 2$ имеет три общих точки с графиком данной функции.

При $k < -1$ графики прямой $y = kx + 2$ и данной функции имеют менее трёх общих точек. Значит $k \ge -1$.

Ответ: 3)

7. Покрасив два метра забора, Том Сойер «уступил» это занятие другому мальчику, который покрасил 30% неокрашенной части забора. После этого Том ещё трижды «уступал» своё право красить забор другим мальчикам. Первый и второй из них покрасили соответственно $1/5$ и $1/6$ всего забора, а третий – 85% оставшейся неокрашенной части забора. Какова длина забора, если последний оставшийся метр Том красил сам?

Решение:

x – длина всего забора (в метрах);

$0,3(x-2)$ – длина части забора, которую покрасил мальчик, красивший сразу за Томом;

$\frac{1}{5}x$ – длина забора, покрашенная первым следующим мальчиком;

$\frac{1}{6}x$ – длина забора, покрашенная вторым следующим мальчиком;

y – длина части забора, оставшейся неокрашенной после всех предыдущих работ.

Из условия следует, что $0,15y=1$. Отсюда $y=\frac{20}{3}$.

Получаем уравнение: $2+0,3(x-2)+\frac{1}{5}x+\frac{1}{6}x+\frac{20}{3}=x$, x=24,2 ($м$)

Ответ: 24,2

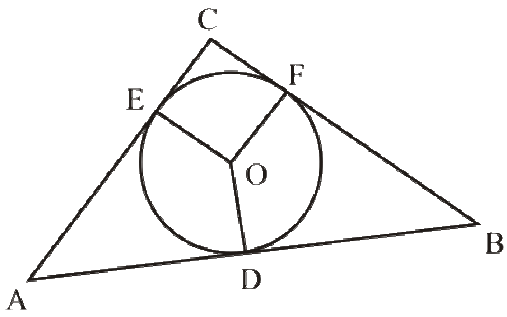
8. Определить катеты прямоугольного треугольника, если их длины относятся как 20 : 21, а разность между радиусами кругов описанного и вписанного равна 17 см. В ответе указать сумму катетов.

Решение:

Пусть AC = 20x, BC = 21x.

Тогда AB = $\sqrt{AC^2+BC^2}=29x$.

Обозначим AD = y. Тогда $DB = 29x - y$, $BD = BF = 29x - y$, $AD = AE = y$, $CE = CF = EO = OF = r$. Представив длину каждого катета как сумму длин отрезков соответствующих касательных, запишем систему уравнений: $\begin{cases} 29x - y + r = 21x \\ y + r = 20x \end{cases}$



Складывая равенства, получим:

$29x + 2r = 41x,\ r = 6x$.

Радиус описанного круга $R = \frac{1}{2}AB = \frac{29}{2}x$.

По условию: $R - r = 17,\ \frac{29}{2}x - 6x = 17,\ x = 2$.

Следовательно, AC = 40 (*см*), BC = 42 (*см*).

Ответ: 82